|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU**  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN – TRƯỜNG ĐH VINH**  **NĂM HỌC 2022 – 2023** |

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**Môn: Toán**

**Đáp án gồm 04 trang**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | | **Nội Dung** | **Điểm** |
| **1** | **a)**  **3,5** | Giải phương trình . (1) | | |
| Điều kiện: . | 0,5 |
|  | 0,5 |
|  | 0,75 |
|  | 0,5 |
| Phương trình   . | 0,5 |
| Phương trình vô nghiệm (vì với  : ). | 0,5 |
| Tập nghiệm của phương trình là . | 0,25 |
| **b)**  **3,0** | Giải hệ phương trình  (I) | | |
| +) Với  không thỏa mãn hệ. | 0,5 |
| +) Với : . | 0,5 |
| Đặt . Hệ đã cho trở thành | 0,5 |
| . Đối chiếu điều kiện  suy ra . | 0,5 |
| Với , ta có hệ phương trình | 0,5 |
| . Hệ có nghiệm là ,. | 0,5 |
| **2** | **a)**  **1,5** | Tìm  sao cho  (\*) | | |
| *Nhận xét:* Nếu  thì (\*) trở thành  không thỏa mãn. Suy ra . Khi đó ta có | 0,25 |
| Vì | 0,25 |
| Trường hợp 1:, thế vào (1) ta được . Ta có | 0,25 |
| Trường hợp 2:, thế vào (1) ta được . Ta có  (không thỏa mãn) | 0,25 |
| Trường hợp 3:, thế vào (1) ta được . Ta có | 0,25 |
| Trường hợp 4:, thế vào (1) ta được . Ta có  Vậy có 6 cặp số  với là . | 0,25 |
| **b)**  **1,5** | Cho  là số nguyên dương. Chứng minh rằng  và  không đồng thời là số chính phương. | | |
| Giả sử  là số chính phương. | 0,25 | | |
| Trường hợp 1: | 0,25 | | |
| Trường hợp 2: | 0,25 | | |
| Trường hợp 3: | 0,25 | | |
| Nhận thấy, một số chính phương khi chia cho 7 chỉ có thể dư 0; 1; 2 hoặc 4. Suy ra,  là số chính phương thì . | 0,25 | | |
| Khi đó  không thể là số chính phương (đpcm) | 0,25 | | |
| **3** | **1,5** | Cho các số thực thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức . | | |
| Vì | 0,25 |
| Tương tự : | 0,25 |
| Vì  (3) | 0,25 |
| Từ và | 0,25 |
| Áp dụng bất đẳng thức ta có | 0,25 |
| Kết hợp ,  và  .  Nên từ suy ra  Dễ thấy khi  thì  Vậy | 0,25 |
| **4** | **a)**  **3,5** | Cho tam giác nhọn  () nội tiếp đường tròn . Các đường cao  cắt nhau tại  Tia cắt  tại  tia  cắt  tại điểm  tia  cắt  tại .  a) Chứng minh  và  điểm cùng nằm trên một đường tròn.  b) Gọi  là giao điểm của  và *.* Chứng minh .  c) Tia  và  cắt đường tròn  lần lượt tại và . Chứng minh . | | |
|  | | |
| Ta có *O* là trung điểm của *MK*. (1) | 0,5 |
| Tứ giác *ABDE* nội tiếp suy ra . | 0,5 |
| Lại có:  (cùng chắn cung *CK*). | 0,25 |
| Suy ra *BD* là phân giác của . Do đó cân tại *B* (đường cao từ *B* cũng là phân giác) nên *D* là trung điểm của *HK*. (2) | 0,5 |
| Từ (1) và (2) ta có *OD* là đường trung bình của tam giác *MKH* suy ra . | 0,25 |
| Ta có  (so le trong) | 0,25 |
| (tam giác *OMP* cân tại *O*) | 0,25 |
| (cùng chắn cung *PK*) | 0,5 |
| Suy ra bốn điểm *A, O, D, P* cùng nằm trên một đường tròn. | 0,5 |
| **b)**  **2,5** | Tứ giác *BCEF* nội tiếp suy ra  suy ra tứ giác *BPQF* nội tiếp | 0,25 |
| Các tứ giác *CDHE, BCEF* nội tiếp nên ta có , | 0,5 |
| là tứ giác nội tiếp. | 0,25 |
| Ta có | 0,5 |
|  | 0,5 |
| . Do đó . | 0,5 |
|  | **c)**  **1,0** |  |  |
| Gọi *S* là giao điểm của *BC* và *EF*, *I* và  *R* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *B* và *C* trên *EF*.  Ta có nên *FB* là phân giác của , mà  suy ra *FC* là phân giác ngoài tại đỉnh *F* của tam giác *SFD*. | 0,25 |
| Áp dụng tính chất đường phân giác ta có | 0,25 |
| Áp dụng định lý Thales ta có . Suy ra | 0,25 |
| Lại có  suy ra tứ giác *PQEC* nội tiếp  Suy ra | 0,25 |
| **5** | **2,0** | Cho tập hợp A gồm  số tự nhiên liên tiếp từđến.Tìm số tự nhiên  nhỏ nhất sao cho mọi tập con gồm  phần tử của A đều chứa  phần tử là các số đôi một nguyên tố cùng nhau. | | |
| Đặt, , , .  Số phần tử của  là , số phần tử của  là . Số phần tử của  là . Từ đó suy ra số phần tử của  là . | 0,5 |
| Theo nguyên lý Dirichlet, mọi tập con của (chứa ít nhất  phần tử) thì với  phần tử bất kỳ của luôn có 2 phần tử cùng thuộc  hoặc cùng , hai phần tử này không nguyên tố cùng nhau. Suy ra với  không thỏa mãn. | 0,5 |
| Với . Ta chứng minh mọi tập con gồm  phần tử của A đều chứa 3 phần tử là các số đôi một nguyên tố cùng nhau.  *Bổ đề:* Với M là tập hợp gồm 6 số tự nhiên liên tiếp, E là tập con gồm 5 phần tử của M. Khi đó luôn tồn tại 3 phần tử của E đôi một nguyên tố cùng nhau.  *Chứng minh:* +) Nếu trong 5 số có 3 số lẻ thì chúng là 3 số lẻ liên tiếp nên chúng đôi một nguyên tố cùng nhau | 0,25 |
| +) Nếu trong 5 số có 2 số lẻ và 3 số chẵn thì 3 số chẵn đó là 3 số chẵn liên tiếp. Khi đó sẽ có ít nhất một số chẵn không chia hết cho 3 và 5. Ta chứng minh số chẵn đó cùng với 2 số lẻ là 3 số đôi một nguyên tố cùng nhau. Gọi 3 số . (1) Giả sử  với (nếu  hoặc  vô lý), khi đó:   (mâu thuẫn (1)). Vậy  là 3 số đôi một nguyên tố cùng nhau. | 0,25 |
| Quay lại bài toán, ta chia tập A thành  tập hợp, mỗi tập hợp là  số tự nhiên liên tiếp có dạng  với . | 0,25 |
| Theo nguyên lý Dirichlet thì trong  phần tử thuộc A có ít nhất  phần tử cùng thuộc  tập hợp . Theo bổ đề trên ta có điều phải chứng minh. | 0,25 |
|  |  | **TỔNG** | **20,0** |